



Agzamxo'djayeva M.SH

Mavzu: Kvadrat tengsizliklarni yechish.



TIIAME

$ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c \geq 0$) yoki $ax^2 + bx + c < 0$ ($ax^2 + bx + c \leq 0$) ko‘rinishdagi tengsizlik kvadrat tengsizlik deyiladi
(bunda x – o‘zgaruvchi, $a \neq 0$, b , c – o‘zgarmas sonlar).

Kvadrat tengsizliklarni yechishning asosida quyidagi teorema yotadi:

T e o r e m a. $ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning diskriminanti

$D = b^2 - 4ac > 0$ bo‘lib, x_1 , x_2 ($x_1 < x_2$) lar kvadrat uchhadning

ildizlari bo‘lsa, $ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhad qiymatining

ishorasi $x \in (x_1, x_2)$ bo‘lganda, a ning ishorasiga qarama-qarshi,

$x \notin [x_1, x_2]$ bo‘lganda esa a ning ishorasi bilan bir xil bo‘ladi.

$ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning diskriminanti $D < 0$ bo‘lsa,

$\forall x \in R$ uchun kvadrat uchhad qiymatlarining ishorasi a ning
ishorasi bilan bir xil bo‘ladi.



Isbot. $D > 0$ bo'lsin. Kvadrat uchhadni chiziqli ko'paytuv-chilarga ajratamiz: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Agar $x > x_2$ yoki $x < x_1$ bo'lsa, $x - x_1$ va $x - x_2$ ikkihadlar bir xil ishorali bo'lib, ularning ko'paytmasi musbat son bo'ladi. Shu sababli $a(x - x_1)(x - x_2)$ ko'paytmaning va demak, $ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning ham, ishorasi a ning ishorasi bilan bir xil bo'ladi.

Agar $x \in (x_1, x_2)$ bo'lsa, $x - x_1 > 0$, $x - x_2 < 0$ bo'lgani uchun ularning ko'paytmasi manfiy bo'ladi. Shu sababli $a(x - x_1)(x - x_2)$ ko'paytmaning va demak, $ax^2 + bx + c$ ning ishorasi a ning ishorasiga qarama-qarshi bo'ladi.

$ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning diskriminanti $D < 0$ bo'lsin.

U holda $ax^2 + bx + c = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{-D}{4a^2} \right)$ tenglikdan $ax^2 + bx + c$

kvadrat uchhadning ishorasi barcha $x \in R$ lar uchun a ning ishorasi bilan bir xil bo'lishi kelib chiqadi.



TIIAME



TIIAME

1-mi s o l. $x^2 - 5x + 6 > 0$ tengsizlikni yeching.

Ye chis h. $D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 > 0$, $a = 1 > 0$, $x_1 = 2$ va $x_2 = 3$ larga egamiz. $x^2 - 5x + 6$ kvadrat uchhad musbat qiymatlar qabul qiladigan barcha $x \in R$ lar qidirilmoqda. Isbotlangan teoremaga ko'ra, $x \notin [2; 3]$ bo'lishi kerak.
Javob: $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

2-mi s o l. $x^2 - 4x + 5 > 0$ tengsizlikni yeching.

Ye chis h. $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$ bo'lgani uchun, isbotlangan teoremaga ko'ra, barcha $x \in R$ larda $x^2 - 4x + 5$ kvadrat uchhad qiymatining ishorasi a ning ishorasi bilan bir xil bo'ladi.
 $a = 1 > 0$ ekanidan ko'rindiki, barcha $x \in R$ lar uchun $x^2 - 4x + 5 > 0$ bo'ladi.

Demak, berilgan tengsizlik barcha $x \in R$ lar uchun o'rinli.

Javob: $(-\infty; +\infty)$.



TIIAME

3-mi s o l. $-x^2 + 4x - 5 > 0$ tengsizlikni yeching.

Ye c h i s h. $D = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-5) = -4 < 0$ bo‘lgani uchun

barcha $x \in R$ larda $-x^2 + 4x - 5 > 0$ ning ishorasi $a = -1$ ning ishorasi

bilan bir xil, ya’ni barcha $x \in R$ lar uchun $-x^2 + 4x - 5 < 0$

bo‘ladi. Demak, berilgan tengsizlik x ning hech bir qiymatida
bajarilmaydi.

J a v o b: \emptyset .



4-mi s o l.



TIIAME

(97-1-10) Tengsizlikni yeching.

$$(x - 2)^2 + 3(x - 2) \geq 7 - x$$

- A) $[-2; 1]$ B) $[0; 1] \cup [3; \infty)$
C) $[-3; 3]$ D) $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$

Yechish: Berilgan tengsizlikdagi qavslarni ochamiz, tengsizlikning o'ng qismidagi $7-x$ ni tengsizlikning chap qismiga o'tkazamiz va o'xshash hadlarni soddalashtirib, natijada unga teng kuchli bo'lgan

$$x^2 - 9 \geq 0 \iff (x - 3)(x + 3) \geq 0$$

tengsizlikni olamiz. Bu tengsizlikka oraliqlar usulini qo'llab $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$ yechimni olamiz. **Javob:** $(-\infty; -3] \cup [3; \infty)$ (D).



5-mi s o l.

(00-4-33) Tengsizlikning eng katta butun manfiy va eng kichik butun musbat yechimlari ko'paytmasini toping.

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{30 - x^2 - x} < 0$$

- A) -30 B) -35 C) -36 D) -42

Yechish: Berilgan kasr surat va maxrajini ko'paytuvchilarga ajratamiz

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 = x^2(x^2 - 3x + 2) = x^2(x-1)(x-2),$$

$$30 - x^2 - x = -(x-5)(x+6).$$

Endi

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{30 - x^2 - x} = \frac{x^2(x-1)(x-2)}{-(x-5)(x+6)} < 0$$

tengsizlikka oraliqlar usulini qo'llab $(-\infty; -6) \cup (1; 2) \cup (5; \infty)$ yechimni olamiz. Bu to'plamdagi eng katta butun manfiy son -7 , eng kichik butun musbat son esa 6 dir. Ularning ko'paytmasi $-7 \cdot 6 = -42$. **Javob:** -42 (D).



TIIAME



6-mi s o l.

(01-2-68) Tengsizlikning eng katta va eng kichik butun ildizlari ayirmasini toping.

$$(x^2 - x - 1)(x^2 - x - 7) \leq -5$$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

Yechish: Tengsizlikda $x^2 - x - 4 = t$ belgilash olsak, berilgan tengsizlik

$$(t + 3)(t - 3) + 5 \leq 0 \iff (t - 2)(t + 2) \leq 0$$

ko'rinish oladi. Yana eski o'zgaruvchiga qaytib

$$(x^2 - x - 4 - 2)(x^2 - x - 4 + 2) \leq 0$$

ga ega bo'lamiz. Ko'paytmadagi kvadrat uch-hadlarni ko'paytuvchilarga ajratamiz

$$x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3), \quad x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$$

va berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'lgan

$$(x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) \leq 0$$

tengsizlikka ega bo'lamiz. Bu tengsizlikka oraliqlar usulini qo'llab $[-2; -1] \cup [2; 3]$ yechimni olamiz. Bu to'plamda eng katta butun son 3, eng kichik butun son esa -2 dir. Ularning ayirmasi $3 - (-2) = 5$. **Javob:** 5 (D).



TIIAME