Agzamxo’djayeva M.SH

Mavzu:Ko’rsatkichli tengsizliklar

Koʻrsatkichli tengsizliklarni yechishda $y = a^x$ funksiyaning monotonligidan foydalaniladi.

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$ tengsizlik,

$a > 1$ boʻlsa, $f(x) > g(x)$ tengsizlikka,

$0 < a < 1$ boʻlganda esa $f(x) < g(x)$

tengsizlikka teng kuchli.

$a^{f(x)}>a^{g(x)}$, $a>0$, $a\neq1$ ko'rinishdagi tengsizlik

$a^{f(x)}>a^{g(x)}$, $a>0$, $a\neq1$ tengsizlik ko'rsatkichli tengsizlikka misol bo'la oladi. Bu tengsizlik $a>1$ bo'lganda $f(x)>g(x)$ tengsizlikka, $0<a<1$ bo'lganda esa $f(x)<g(x)$ tengsizlikka tengkuchlidir.

1- misol. Tengsizlikni yeching: $3^{x+5}>3^{2-5x}$.

△ $a=3>1$ bo'lgani uchun berilgan tengsizlik $x+5>2-5x$ tengsizlikka tengkuchli. Bundan $6x>-3$ yoki $x>-0,5$ ekanini topamiz. Demak, tengsizlikning yechimi $(-0,5;\ \infty)$ oraliqdan iborat. *Javob*: $x\in(-0,5;\ \infty)$. ▲

2- misol. Tengsizlikni yeching: $2\cdot3^{x+2}-2\cdot3^{x+1}-5\cdot3^{x}<63$.

△ 3^x ni qavsdan tashqariga chiqaramiz: $3^x(2\cdot3^2-2\cdot3-5\cdot1)<63$. Soddalashtirib, $3^x<9$ tengsizlikni hosil qilamiz. Bundan $x<2$. *Javob*: $x\in(-\infty;\ 2)$. ▲

3- misol. Tengsizlikni yeching: $8^{5x^2-46} \geq 8^{2(x^2+1)}$.

△ $a=8>1$ bo‘lgani uchun tengsizlik $5x^2-46\geq 2(x^2+1)$ tengsizlikka tengkuchli. Shu tengsizlikni yechamiz: $3x^2\geq 48$, bundan $x^2\geq 16$. Demak, berilgan tengsizlikning yechimi $x\in(-\infty;\ -4]\cup[4;\ +\infty)$ bo‘ladi. ▲

$a^x<b$ tengsizlikning $(a>0,\ a\neq 1)$ $b<0$ bo‘lganda yechimi yo‘q va $a^x>b$ tengsizlikning $b<0$ bo‘lganda yechimi $(-\infty;+\infty)$ oraliqdan iborat ekanligi ravshan.

4- misol. Tengsizlikni yeching: $4^x+2^x-6\geq 0$.

△ $2^x=t$ almashtirish kiritamiz, natijada $t^2+t-6\geq 0$ kvadrat tengsizlik hosil bo‘ladi. Bundan $t\leq -3$, $t\geq 2$ ekanini topamiz va $2^x\geq 2$ hamda $2^x\leq -3$ tengsizliklarga kelamiz. 1- tengsizlikdan $x\geq 1$ yechim topiladi, 2- tengsizlikning esa yechimi yo‘q. Demak, berilgan tengsizlikning yechimi $[1;+\infty;)$ oraliqdan iborat.

Javob: $x\in[1;\ +\infty)$. ▲

5-m i s o l . $0{,}5^{x^2+3x+7} < 0{,}5^{x^2+1}$ tengsizlikni yeching.
Yechish . $0 < 0{,}5 < 1$ bo‘lgani uchun tengsizlik $x^2 + 3x + 7 > x^2 + 1$ algebraik tengsizlikka teng kuchli. Undan $x > -2$ aniqlanadi.

6-m i s o l . $4^{0{,}75x^2-2x+1} > 16^{x^2}$ tengsizlikni yechamiz.
Yechish. $4^{0{,}75x^2-2x+1} > 16^{x^2}$ tengsizlikni $4^{0{,}75x^2-2x+1} > 4^{2x^2}$ ko‘rinishida yozib olamiz. $a = 4 > 1$ bo‘lgani uchun, tengsizlik o‘ziga teng kuchli bo‘lgan $0{,}75x^2 - 2x + 1 > 2x^2$ tengsizlikka keladi.
J a v o b : $-2 < x < 0{,}4$.

Agar tengsizlik $f(a^x) < 0$ ko‘rinishda bo‘lsa, $a^x = t$ almashtirish uni $f(t) < 0$ ko‘rinishga keltiradi.

6-m i s o l . $9^x - 3^{x+1} - 4 < 0$ tengsizligini yechamiz.

Ye c h i s h . $3^x = t$ almashtirish tengsizlikni $t^2 - 3t - 4 < 0$ tengsizlikka keltiradi. Oxirgi tengsizlikning yechimi $(-1; 4)$ bo‘yicha $-1 < 3^x < 4$ tengsizligini tuzamiz va yechamiz.

J a v o b : $-\infty < x < \log_3 4$.

7 –m i s o l . $a^{x-1} < a^{2x}$ $(a > 0)$ tengsizlikni yechamiz.

Y e c h i s h . $a > 1$, $a = 1$ va $0 < a < 1$ bo‘lgan hollarni alohida-alohida qaraymiz.

$0 < a < 1$ bo‘lsa, berilgan tengsizlik $x - 1 > 2x$ tengsizlikka yoki $x < -1$ tengsizlikka teng kuchli. Demak, bu holda, $(-\infty; -1)$ oraliqdagi barcha sonlar va faqat shu sonlar tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

$a = 1$ bo‘lsa, $1^{x-1} < 1^{2x}$ tengsizlikka ega bo‘lamiz. Bu tengsizlik yechimga ega emas.

$a > 1$ bo‘lsa, berilgan tengsizlik $x - 1 < 2x$ yoki $x > -1$ tengsizlikka teng kuchlidir. Demak, $a > 1$ bo‘lsa, $(-1; +\infty)$ oraliqdagi barcha sonlar va faqat shu sonlar tengsizlikning yechimi bo‘ladi.

J a v o b : $0 < a < 1$ bo‘lsa, $x \in (-\infty; -1)$; $a = 1$ bo‘lsa, $\emptyset$; $a > 1$ bo‘lsa, $x \in (-1; +\infty)$.