



# **Вписанные и описанные многоугольники**

**Преподаватель: Каландарова Г.И**



# Вписанные многоугольники



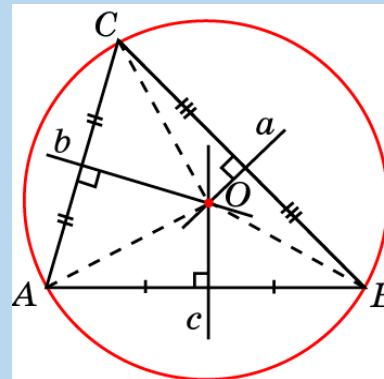
TIAME

Многоугольник называется *вписанным* в окружность, если все его вершины принадлежат окружности

Окружность при этом называется *описанной* около многоугольника

Около всякого треугольника можно описать окружность

Ее центром является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника



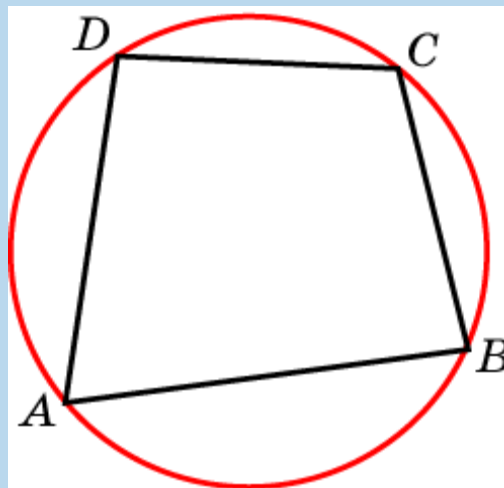


# Вписанные многоугольники



TIAME

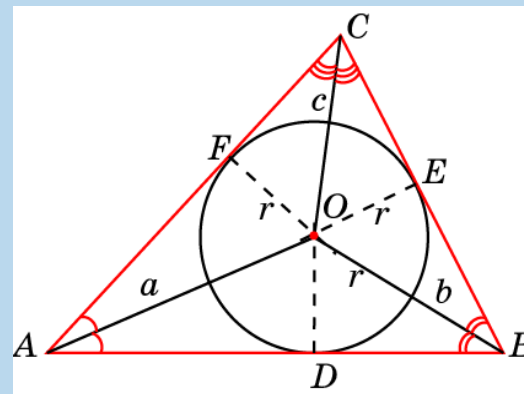
Суммы противоположных углов  
четырехугольника, вписанного в  
окружность, равны  $180^\circ$



Многоугольник называется *описанным* около окружности, если все его стороны касаются этой окружности

Сама окружность при этом называется *вписанной* в многоугольник

В любой треугольник можно вписать окружность  
Ее центром будет точка пересечения биссектрис этого треугольника



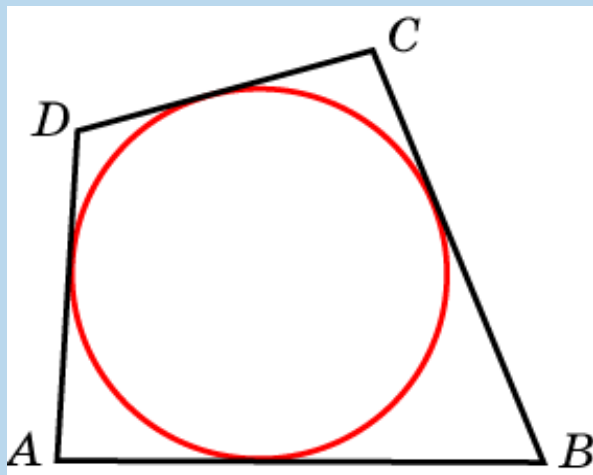


# Описанные многоугольники



TIAME

Суммы противоположных сторон  
четырехугольника, описанного  
около окружности, равны





# Вписанные и описанные треугольники



TIAME

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности

Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника, выражается формулой

$R = \frac{2S}{a+b+c}$  где  $a, b, c$  – стороны треугольника  $S$  – его площадь.

Радиус  $r$  окружности, вписанной в треугольник, выражается формулой  $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ , где  $a, b, c$  – стороны треугольника  $S$  – его площадь

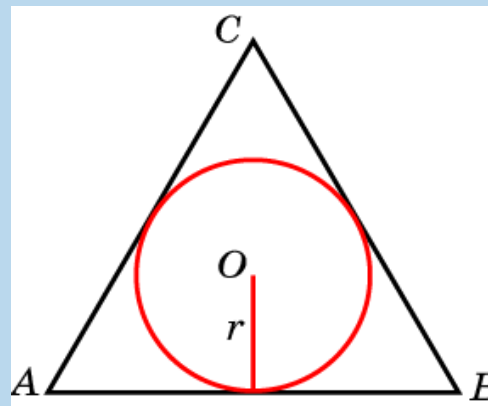


## Упражнение 1



TIAME

Сторона  
равностороннего  
треугольника равна  
 $2\sqrt{3}$  Найдите радиус  
окружности,  
вписанной в этот  
треугольник



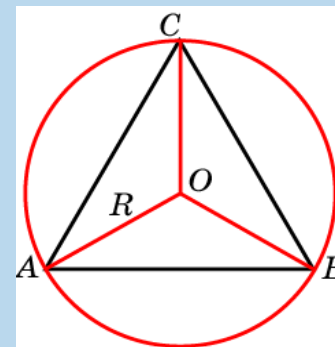


## Упражнение 2



TIAME

Сторона  
равностороннего  
треугольника равна  
 $2\sqrt{3}$ . Найдите радиус  
окружности, описанной  
около этого  
треугольника





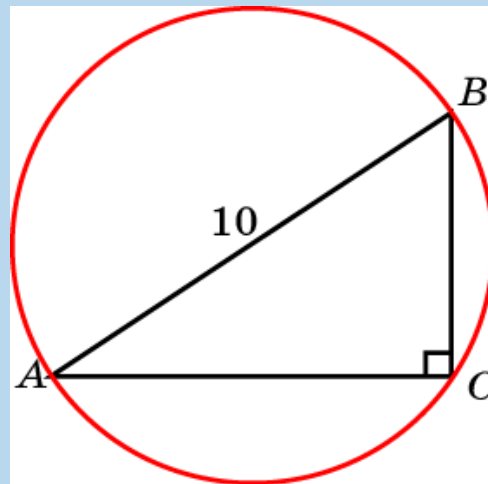


## Упражнение 3



TIAME

Гипотенуза  
прямоугольного  
треугольника равна  
10 см. Найдите  
радиус описанной  
окружности



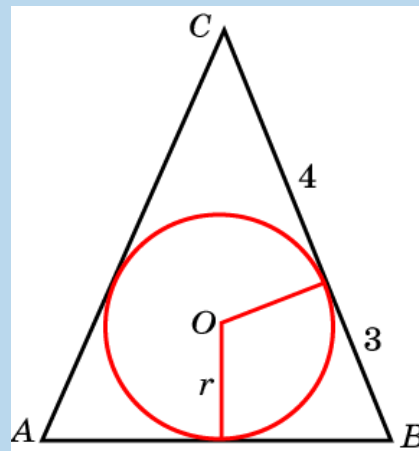


## Упражнение 4



TIAME

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 4 и 3, считая от вершины. Найдите периметр треугольника



Ответ: 20

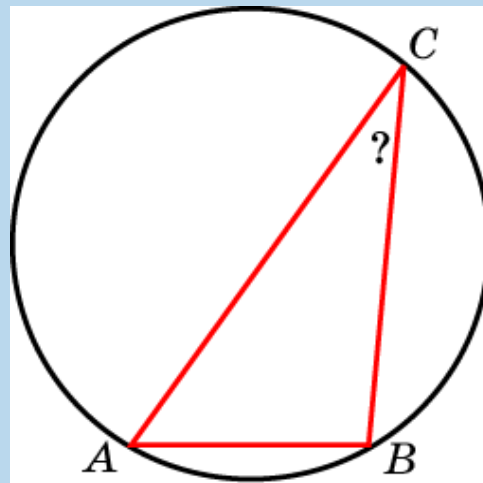


## Упражнение 5



TIAME

Одна сторона  
треугольника равна  
радиусу описанной  
окружности. Найдите  
угол треугольника,  
противолежащий этой  
стороне



Ответ:  $30^\circ$

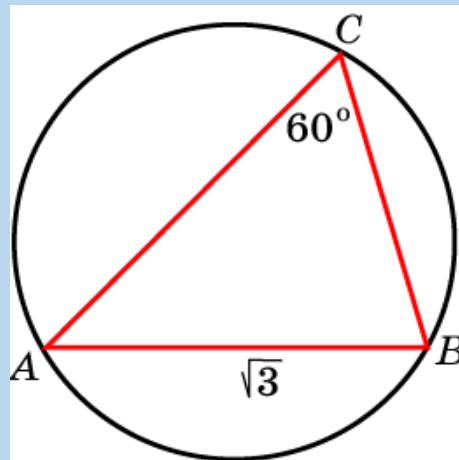


## Упражнение 6



TIAME

Сторона  $AB$   
треугольника  $ABC$   
равна  $\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  
 $60^\circ$ . Найдите радиус  
окружности,  
описанной около этого  
треугольника



Ответ: 1

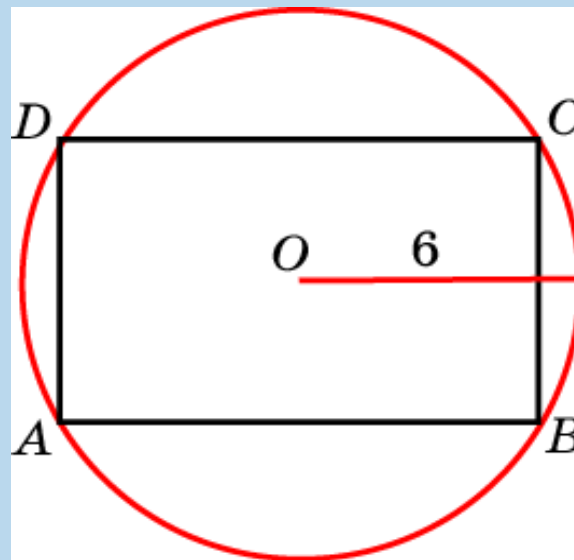


## Упражнение 7



TIAME

Найдите диагональ  
прямоугольника,  
вписанного в  
окружность  
радиуса 6



Ответ: 12

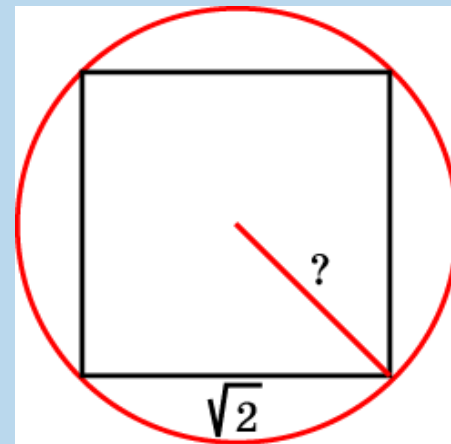


## Упражнение 8



TIAME

Найдите радиус  
окружности,  
описанной около  
квадрата со стороной,  
равной  $\sqrt{2}$



Ответ: 1

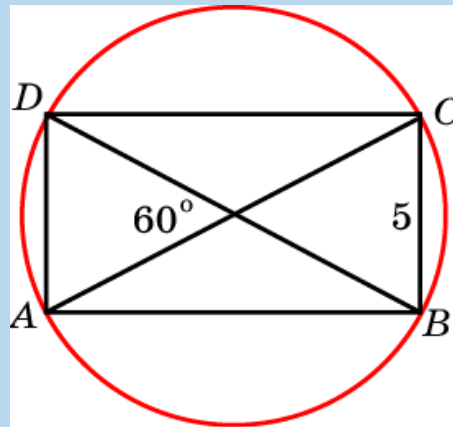


## Упражнение 9



TIAME

Меньшая сторона  
прямоугольника равна  
5 см. Угол между  
диагоналями равен  
 $60^\circ$ . Найдите радиус  
описанной  
окружности



Ответ: 5

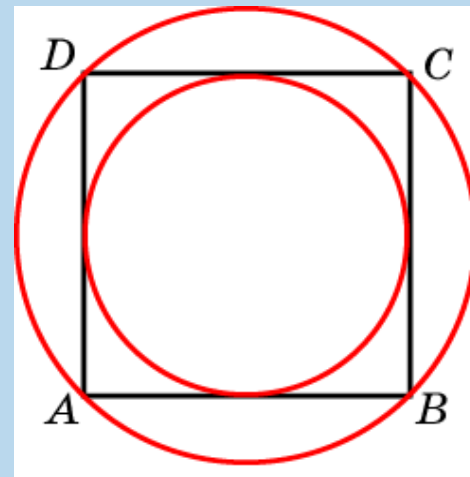


## Упражнение 10



TIAME

Около окружности  
радиуса, равного  $\sqrt{2}$ ,  
описан квадрат.  
Найдите радиус  
окружности,  
описанного около этого  
квадрата



Ответ: 2



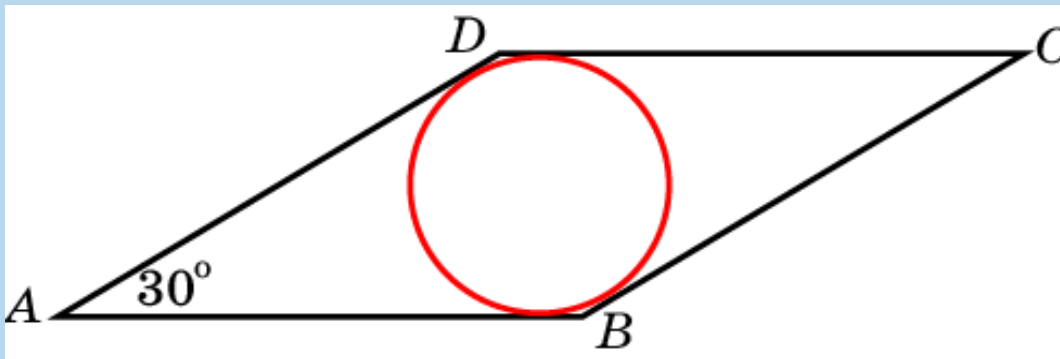


## Упражнение 11



TIAME

Сторона ромба равна 4, острый угол –  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности



Ответ: 1

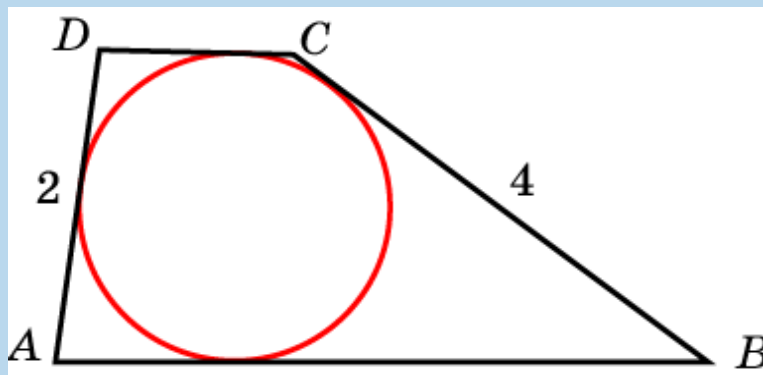


## Упражнение 12



TIAME

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 2 и 4. Найдите среднюю линию трапеции



Ответ: 3

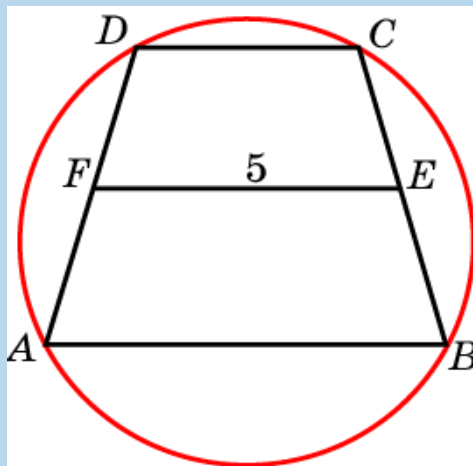


## Упражнение 13



TIAME

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 20, средняя линия 5 см. Найдите боковую сторону трапеции



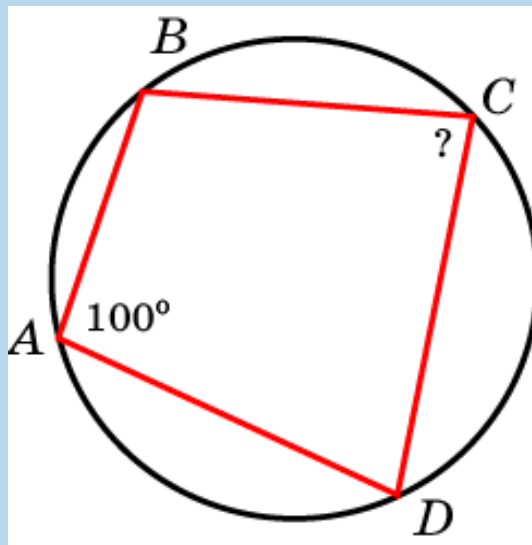
Ответ: 5



## Упражнение 14



Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ ,  
вписанного в окружность, равен  
 $100^\circ$ . Найдите угол  $C$



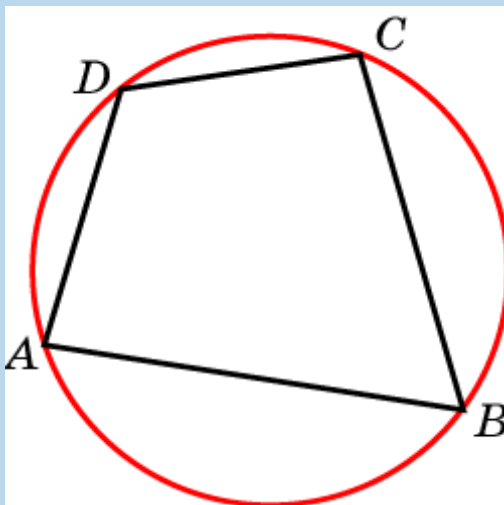
Ответ:  $80^\circ$



## Упражнение 15



Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $80^\circ$  и  $60^\circ$ .  
Найдите больший из оставшихся углов



21  
Ответ:  $120^\circ$   
Есенова ОМ



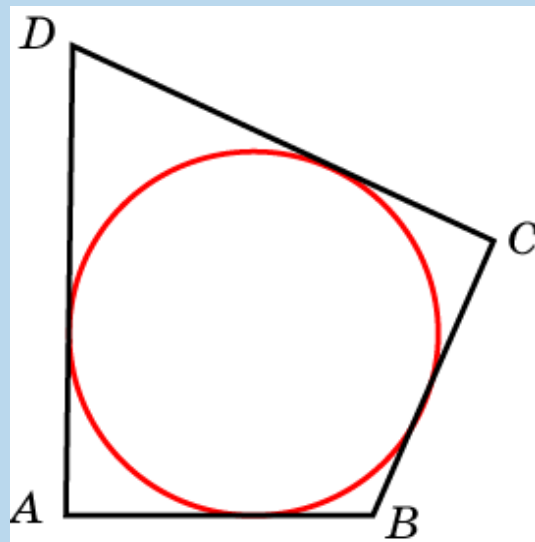
## Упражнение 16



TIAME

В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 11$ ,  $CD = 17$ .

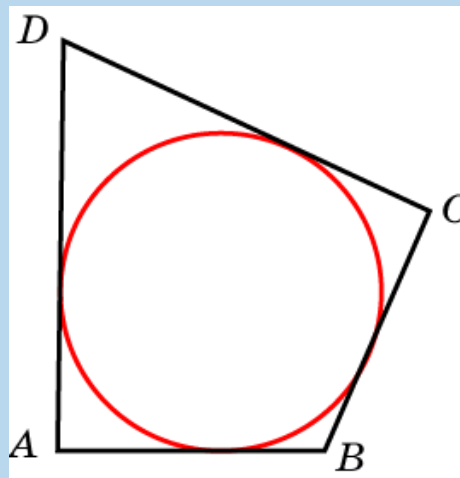
Найдите периметр четырехугольника



Ответ: 56

## Упражнение 17

Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 20, две его стороны равны 4 и 5. Найдите большую из оставшихся сторон



23  
Ответ: 6 Богомолова ОМ

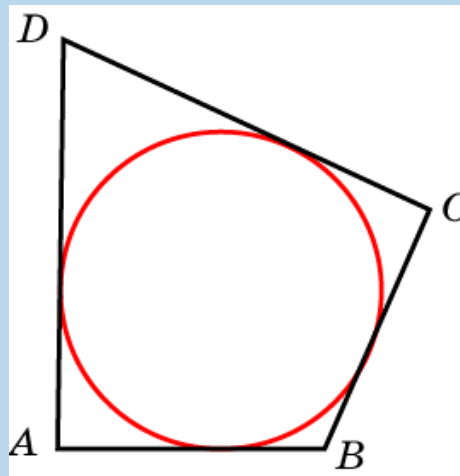


## Упражнение 18



TIAME

В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 11$ ,  $BC = 10$  и  $CD = 15$ .  
Найдите четвертую сторону четырехугольника



24

Ответ: 16 Ефимолова ОМ



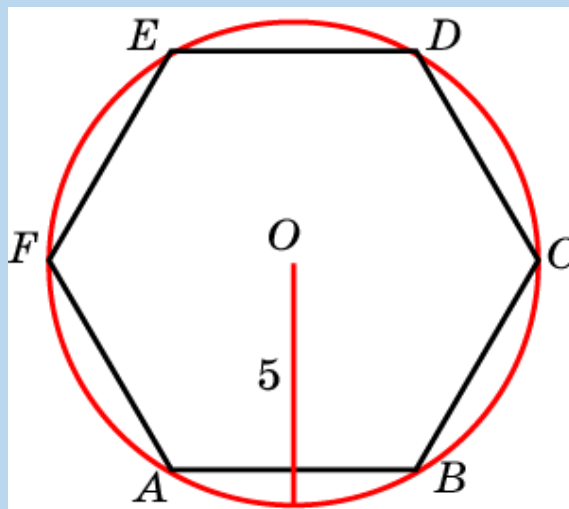


## Упражнение 19



TIAME

Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 5?



25  
Ответ: 5 Богомолова ОМ

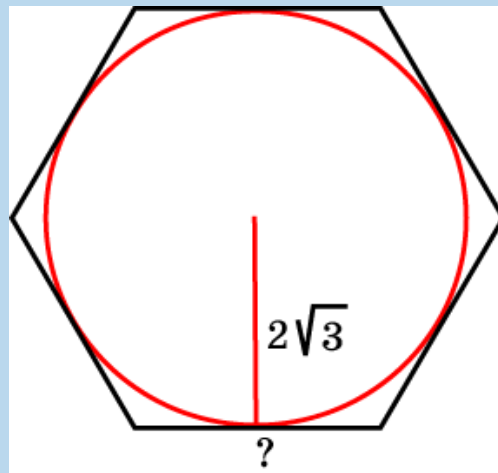


## Упражнение 20



TIAME

Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен  $2\sqrt{3}$



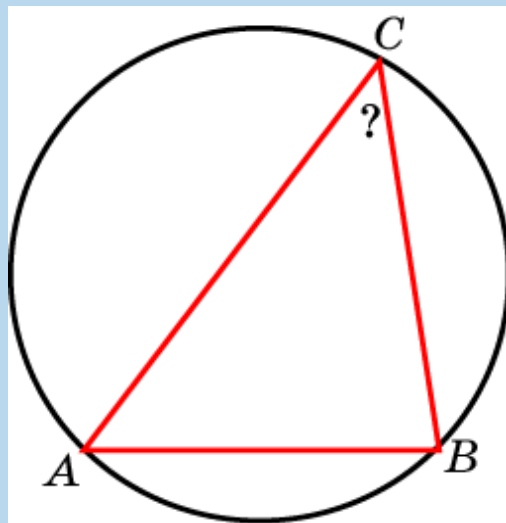
Ответ:  $3$ <sup>26</sup>  
Богомолова ОМ



## Упражнение 21



Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна  $\sqrt{2}$ , радиус описанной окружности равен 1. Найдите угол  $C$



27  
Ответ:  $45^\circ$   
Богомолова ОМ

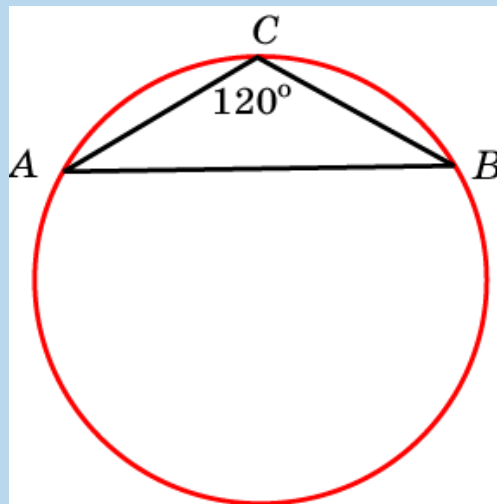


## Упражнение 22



TIAME

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 2, угол при вершине равен  $120^\circ$ . Найдите диаметр описанной окружности



Ответ: 4<sup>28</sup>  
Богомолова ОМ

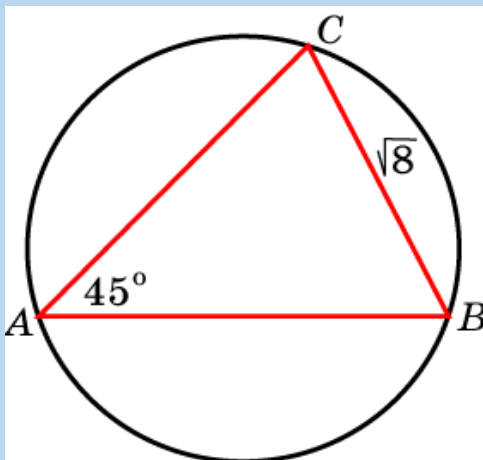


## Упражнение 23



TIAME

Сторона  $BC$  треугольника  $ABC$  равна  $\sqrt{8}$ ,  
угол  $A$  равен  $45^\circ$ . Найдите радиус  
окружности, описанной около этого  
треугольника



29  
Ответ: 2 Богомолова ОМ

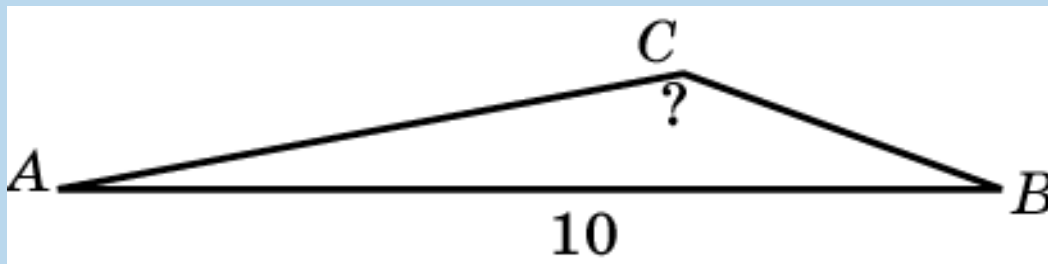


## Упражнение 24



TIAME

Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 10, радиус описанной окружности равен 10. Найдите угол  $C$



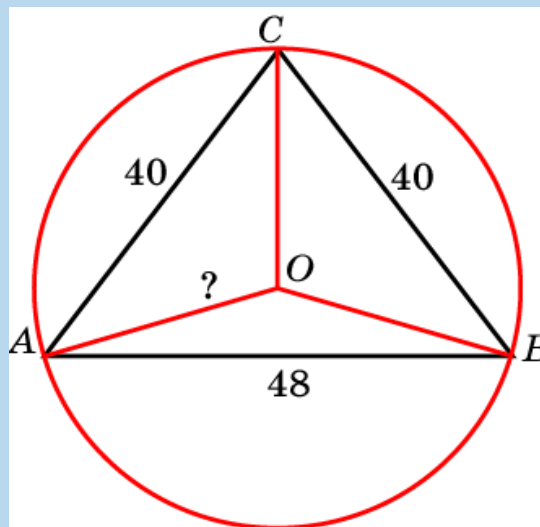
30  
Ответ:  $150^\circ$   
Евдокимова ОМ



## Упражнение 25



Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности



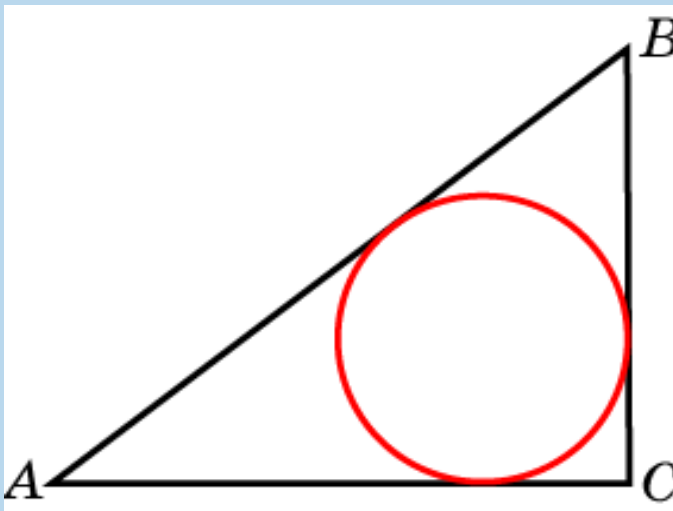
31  
Ответ: 25  
Евдокимова ОМ



## Упражнение 26



В треугольнике  $ABC$   $AC = 8$ ,  $BC = 6$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности

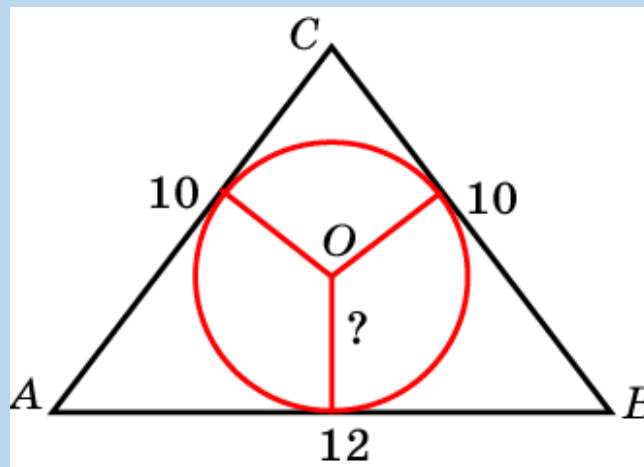


32  
Ответ: 2 Богомолова ОМ



## Упражнение 27

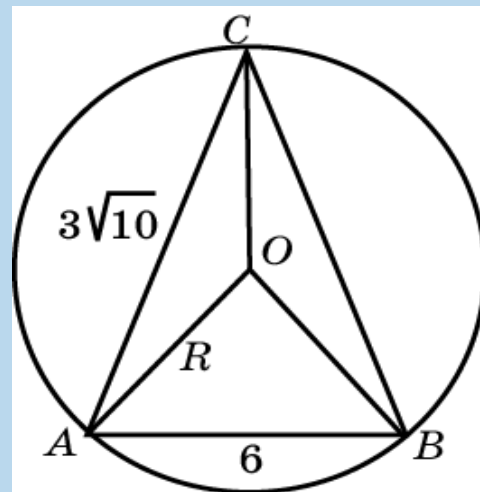
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, основание равно 12. Найдите радиус вписанной окружности



33  
Ответ: 3 Богомолова ОМ

## Упражнение 28

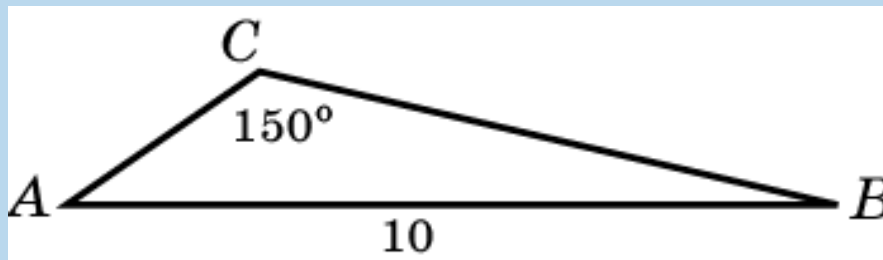
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны  $3\sqrt{10}$ , основание равно 6. Найдите радиус описанной окружности



34  
Ответ: 5 Богомолова ОМ

## Упражнение 29

Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол  $C$  равен  $150^\circ$



35  
Ответ: 10  
Богданова ОМ

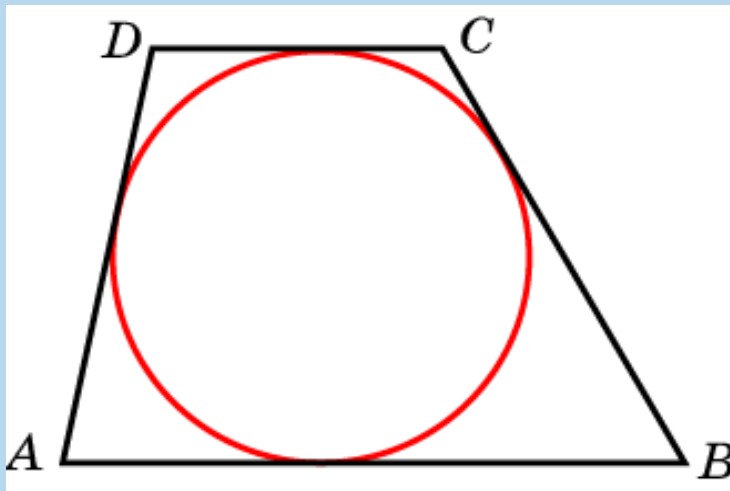


## Упражнение 30



TIAME

Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 36. Найдите ее среднюю линию



36  
Ответ: 9

Богомолова ОМ

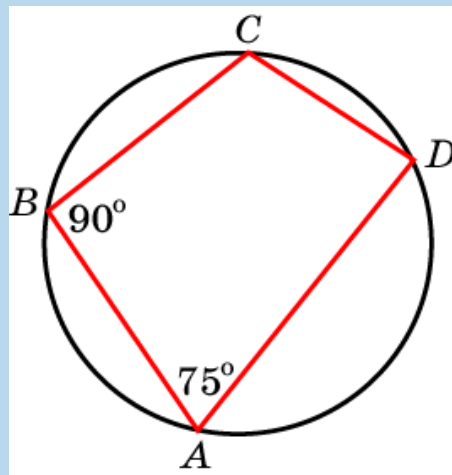


## Упражнение 31



TIAME

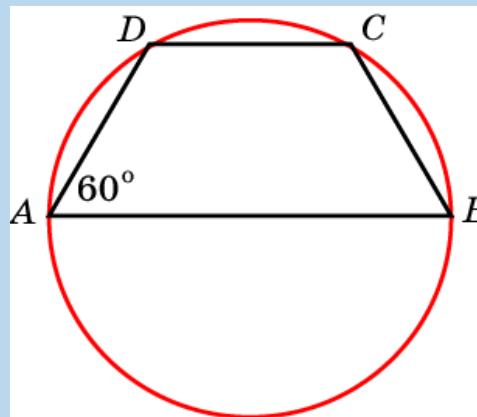
В четырехугольнике  $ABCD$ , вписанном в окружность, угол  $A$  равен  $75^\circ$ , угол  $B$  равен  $90^\circ$ . Найдите разность двух других углов



Ответ:  $15^\circ$   
Богомолова ОМ

## Упражнение 32

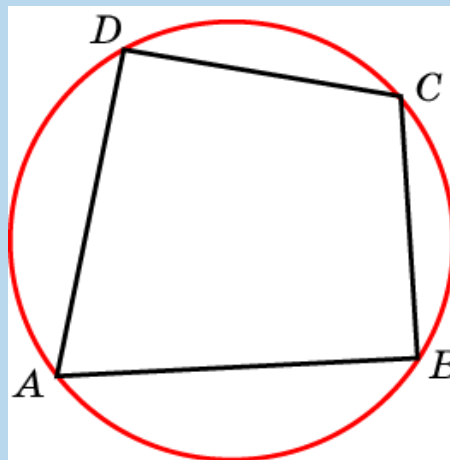
Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен  $60^\circ$ , большее основание равно 10. Найдите радиус описанной окружности



38  
Ответ: 5

## Упражнение 33

Углы  $A$ ,  $B$  и  $C$  четырехугольника  $ABCD$  относятся как  $2:3:4$ . Найдите угол  $D$ , если около данного четырехугольника можно описать окружность



39  
Ответ:  $90^\circ$   
Богомолова ОМ

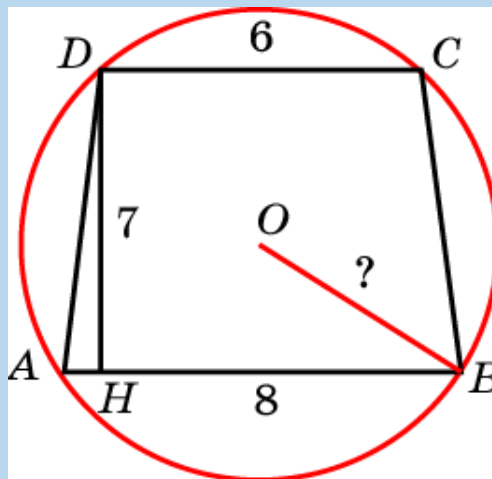


## Упражнение 34



TIAME

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6, высота равна 7. Найдите радиус описанной окружности



40

Ответ: 5 Богомолова ОМ

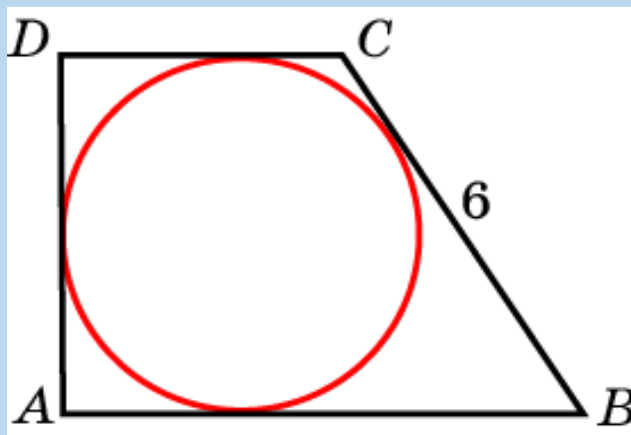




## Упражнение 35



Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 20, ее большая боковая сторона равна 6. Найдите радиус окружности



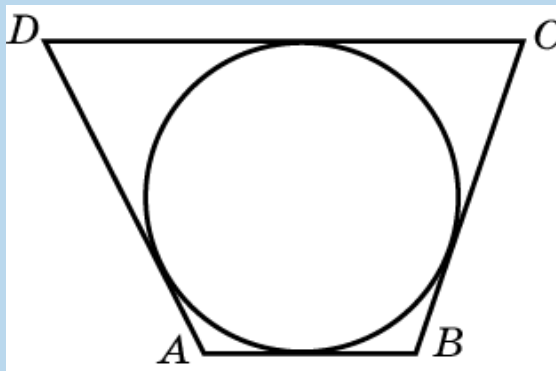
Ответ: <sup>41</sup>2 Богомолова ОМ



## Упражнение 36



Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 1:2:3. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 24



Ответ: 9<sup>42</sup>  
Богомолова ОМ



## Упражнение 37



TIAME

Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $72$ .  
Найдите  $n$

Ответ: <sup>43</sup>10  
Богомолова ОМ

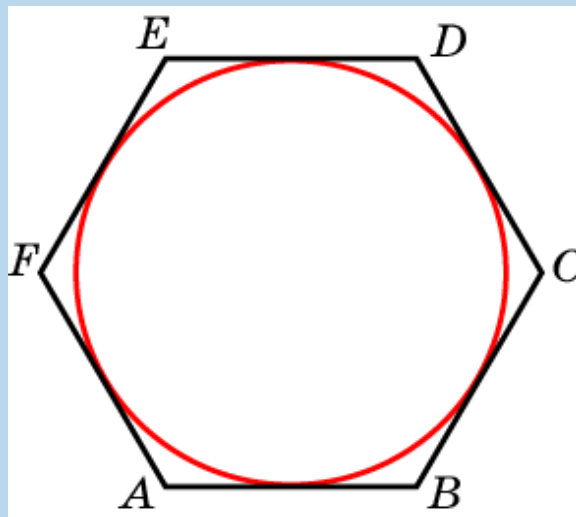


## Упражнение 38



TIAME

Найдите диаметр окружности,  
вписанной в правильный  
шестиугольник со стороной  $\sqrt{3}$



Ответ:  $3$ <sup>44</sup>  
Богомолова ОМ

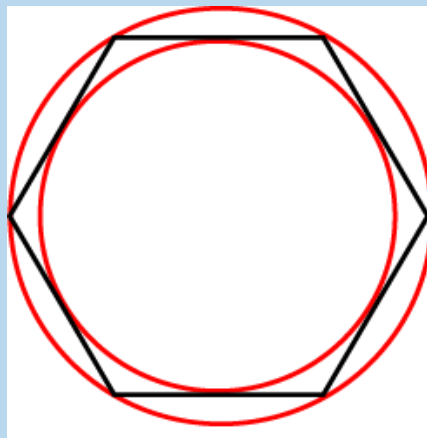


## Упражнение 39



TIAME

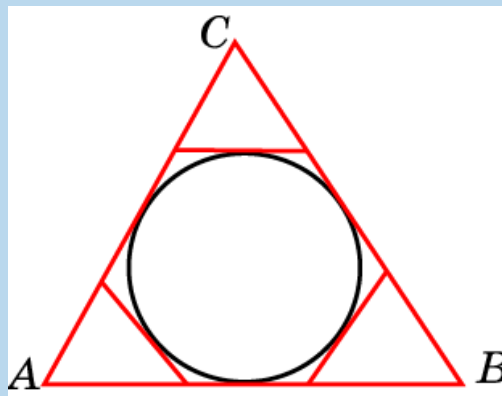
Около окружности радиуса, равного  $\sqrt{3}$ , описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанного около этого шестиугольника



Ответ:  $2^{\frac{45}{2}}$   
Богомолова ОМ

## Упражнение 40

К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольничков равны 3, 4, 5. Найдите периметр данного треугольника

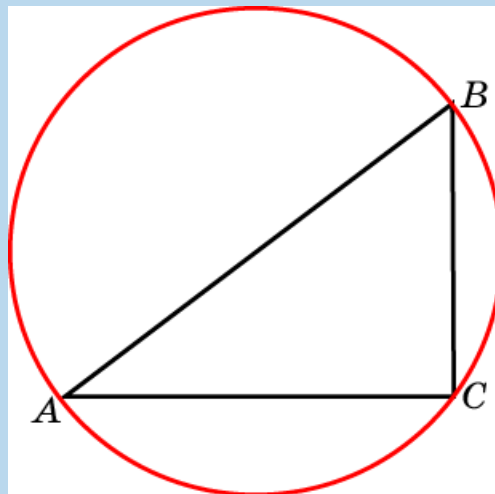




## Упражнение 41



В треугольнике  $ABC$   $AC = 8$ ,  $BC = 6$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности



47

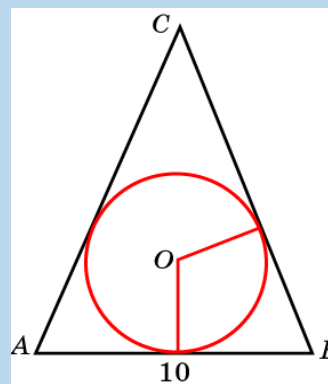
Ответ: 5 Богомолова ОМ



## Упражнение 42



В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении 7:5, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника, если его основание равно 10



Ответ: 34<sup>48</sup>  
Богомолова ОМ



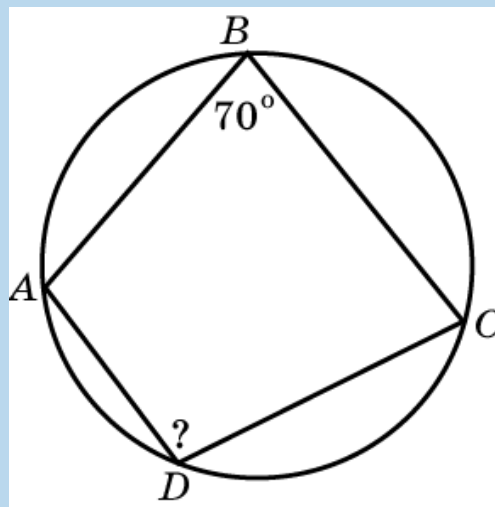


## Упражнение 43



TIAME

Угол  $B$  четырехугольника  $ABCD$ ,  
вписанного в окружность, равен  $70^\circ$ .  
Найдите угол  $D$



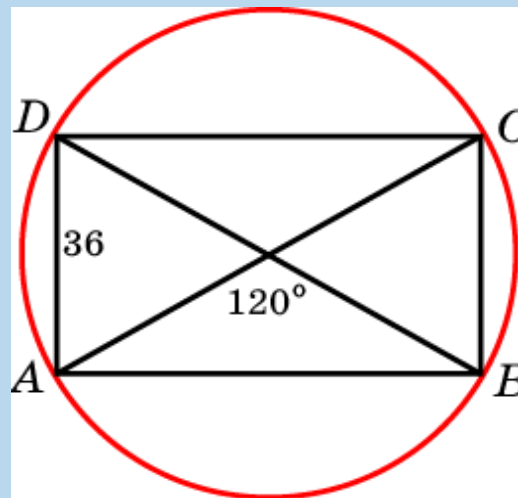
49  
Ответ:  $110^\circ$   
Басомолова ОМ



## Упражнение 44



Меньшая сторона прямоугольника равна 36. Один из углов, образованных диагоналями  $120^\circ$ .  
Найдите диаметр описанной окружности



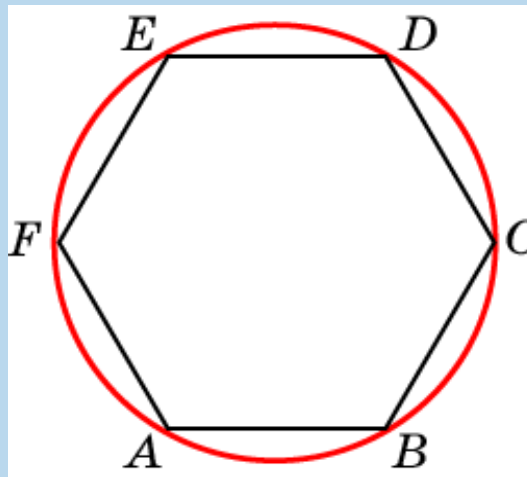
Ответ: <sup>50</sup>72  
Богомолова ОМ



## Упражнение 45



Периметр правильного шестиугольника равен 36. Найдите диаметр описанной окружности

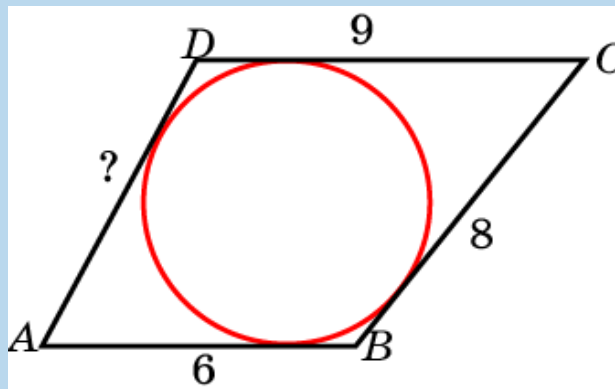


51

Ответ: 12 Богомолова ОМ

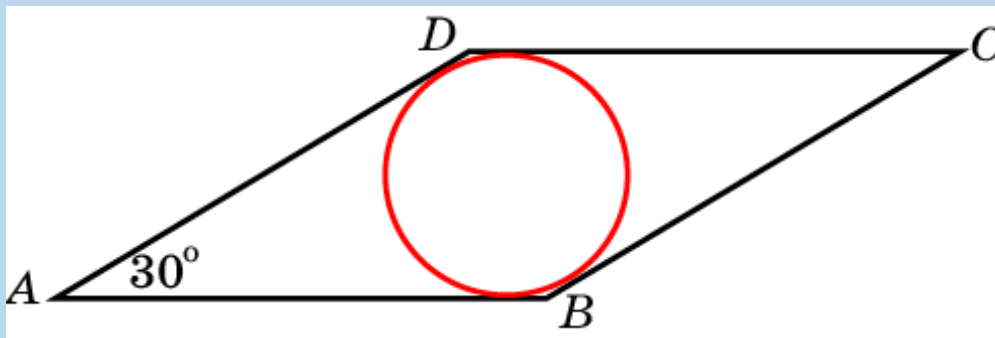
## Упражнение 46

Три последовательные стороны четырехугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 см, 8 см и 9 см. Найдите четвертую сторону



Ответ: 7<sup>52</sup>  
Богомолова ОМ

Сторона ромба равна 8 см, острый угол –  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности



Ответ:  $2^{53}$   
Богомолова ОМ

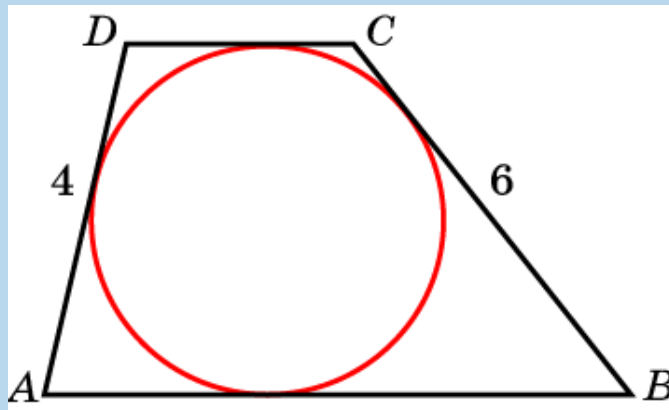


## Упражнение 48



TIAME

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 4 и 6. Найдите среднюю линию трапеции



54  
Ответ: 5 Богомолова ОМ

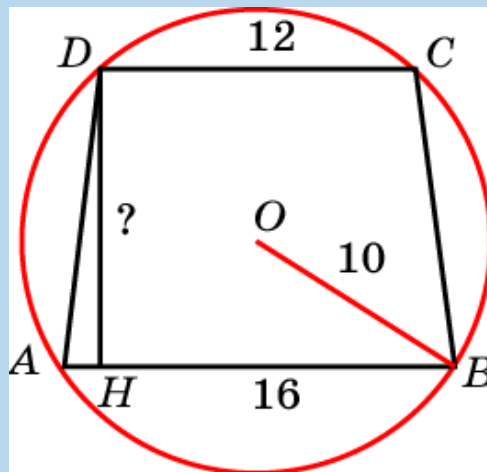


## Упражнение 49



TIAME

Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12, радиус описанной окружности равен 10. Найдите высоту трапеции



55  
Ответ: 14  
Богомолова ОМ



## Упражнение 50



TIAME

Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $70$ .  
Найдите  $n$

Ответ:  $9$ <sup>56</sup>  
Богомолова ОМ