



Эрматова Махбуба Мухамедовна

12-УРОК: АЛГЕБРА 2 КУРС

ТЕМА: *Решение простейших
тригонометрических уравнений*

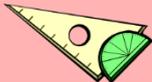


TIAME

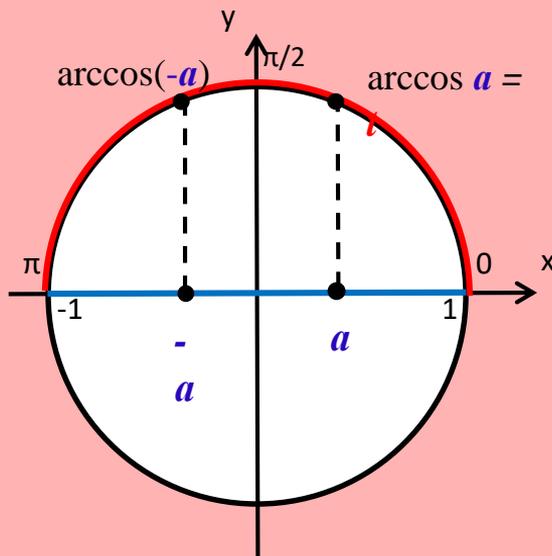
РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

$$a \sin^2 x + c \cdot \sin x \cos x + b \cos^2 x = 0$$



Арккосинус



Арккосинусом числа a называется такое число (угол) t из $[0; \pi]$, что $\cos t = a$.

Причём, $|a| \leq 1$.

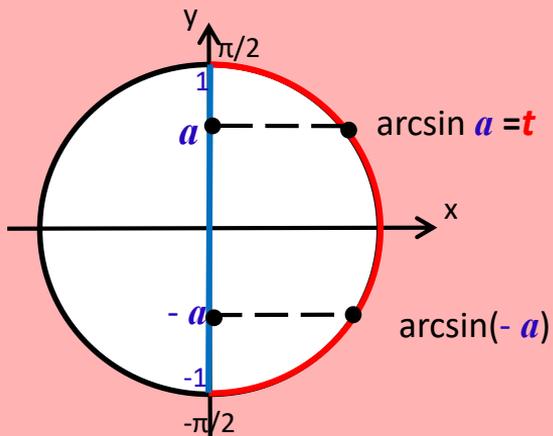
$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Примеры:

$$1) \arccos(-1) = \pi$$

$$2) \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

Арксинус



Арксинусом числа a называется такое число (угол) t из $[-\pi/2; \pi/2]$, что $\sin t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

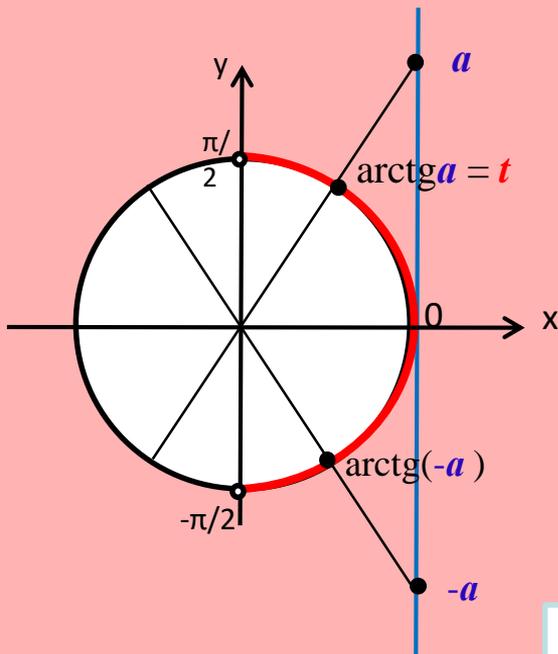
Примеры:

$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$3) \arcsin 0 = 0$$

$$2) \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4}$$

Арктангенс



Примеры:

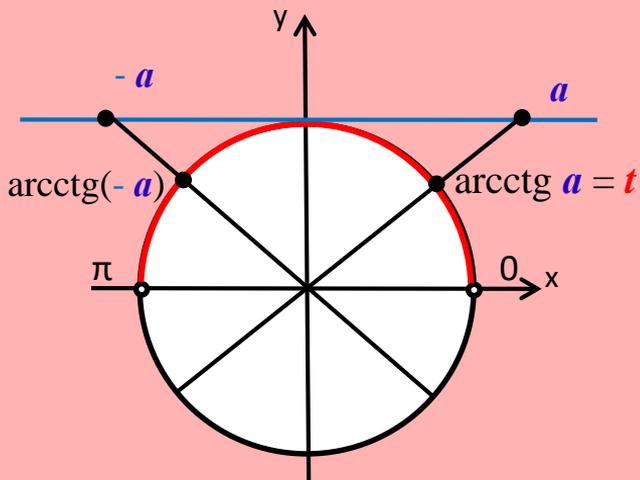
Арктангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(-\pi/2; \pi/2)$, что $\operatorname{tg} t = a$.
Причём, $a \in \mathbf{R}$.

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$1) \operatorname{arctg} \sqrt{3}/3 = \pi/6$$

$$2) \operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4$$

Арккотангенс



Арккотангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(0; \pi)$, что $\text{ctg } t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

$$\text{arctg}(-a) = \pi - \text{arctg } a$$

Примеры:

$$1) \text{arctg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$$

$$2) \text{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений



TIAME

$$1. \cos t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{array} \right.$$

или

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

$$1) \underline{\cos t = 0}$$

$$t = \pi/2 + \pi k, k \in Z$$

$$2) \underline{\cos t = 1}$$

$$t = 2\pi k, k \in Z$$

$$3) \underline{\cos t = -1}$$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in Z$$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений



TIAME

2. $\sin t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

1) $\underline{\sin t = 0}$

$$t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\underline{\sin t = 1}$

$$t = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

3) $\underline{\sin t = -1}$

$$t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений



TIAME

$$3. \operatorname{tgt} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$4. \operatorname{ctgt} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Повторение



TIAME

1 вариант

- $\sin (-\pi/3)$
- $\cos 2\pi/3$
- $\operatorname{tg} \pi/6$
- $\operatorname{ctg} \pi/4$
- $\cos (-\pi/6)$
- $\sin 3\pi/4$
- $\arcsin \sqrt{2}/2$
- $\arccos 1$
- $\arcsin (-1/2)$
- $\arccos (-\sqrt{3}/2)$
- $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$

2 вариант

- $\cos (-\pi/4)$
- $\sin \pi/3$
- $\operatorname{ctg} \pi/6$
- $\operatorname{tg} \pi/4$
- $\sin (-\pi/6)$
- $\cos 5\pi/6$
- $\arccos \sqrt{2}/2$
- $\arcsin 1$
- $\arccos (-1/2)$
- $\arcsin (-\sqrt{3}/2)$
- $\operatorname{arctg} \sqrt{3}/3$



Повторение



Ответы 1 вариант

- $-\sqrt{3}/2$
- $-1/2$
- $\sqrt{3}/3$
- 1
- $\sqrt{3}/2$
- $\sqrt{2}/2$
- $\pi/4$
- 0
- $-\pi/6$
- $5\pi/6$
- $\pi/3$



Ответы 2 вариант

- $\sqrt{2}/2$
- $\sqrt{3}/2$
- $\sqrt{3}$
- 1
- $-1/2$
- $-\sqrt{3}/2$
- $\pi/4$
- $\pi/2$
- $2\pi/3$
- $-\pi/3$
- $\pi/6$



При каких значениях x имеет
смысл выражение:



1. $\arcsin(2x+1)$

$$\begin{aligned} 1) \quad & -1 \leq 2x+1 \leq 1 \\ & -2 \leq 2x \leq 0 \\ & -1 \leq x \leq 0 \end{aligned}$$

Ответ: $[-1; 0]$

3. $\arccos(x^2-1)$

$$-1 \leq x^2-1 \leq$$

1

$$\begin{aligned} & 0 < x^2 < 2 \\ & C \quad [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \end{aligned}$$

2. $\arccos(5-2x)$

$$\begin{aligned} 2) \quad & -1 \leq 5-2x \\ & \leq 1 \\ & -6 \leq -2x \leq - \end{aligned}$$

4

$$4 \quad 2 \leq x \leq 3 \quad)$$

Ответ: $[2; 3]$

$$-1 \leq 4x^2-3x \leq 1$$

$$\begin{cases} 4x^2-3x \geq -1 \\ 4x^2-3x \leq 1 \end{cases}$$

$$4x^2-3x \leq 1$$

$$4x^2-3x-1 < 0$$

Оте $[-\frac{1}{4}; 1]$



Примеры:



$$1) \cos t = -\frac{1}{2};$$

$$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \operatorname{tg} t = 1;$$

$$t = \operatorname{arctg} 1 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin t = 0;$$

Частный случай:

$$t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \operatorname{ctg} t = \sqrt{3}$$

$$t = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(-\sqrt{3}) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



Решение простейших уравнений



TIAME

1) $\text{tg}2x = -1$

$$2x = \text{arctg}(-1) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x+\pi/3) = 1/2$

$$x+\pi/3 = \pm \arccos 1/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+\pi/3 = \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin(\pi - x/3) = 0$

упростим по формулам приведения

$$\sin(x/3) = 0$$

частный случай

$$x/3 = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.



**Спасибо
За
внимание!**