



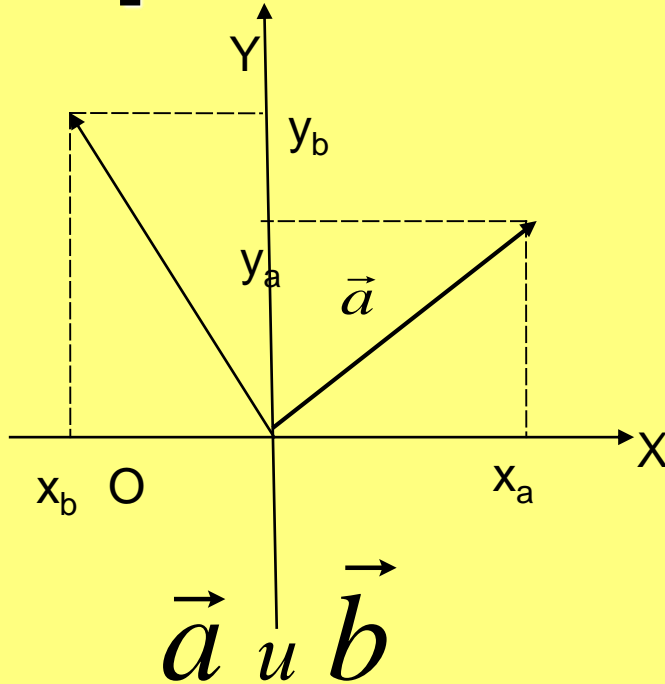
СКАЛЯРНОЕ ПРОЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ



Вектор – направленный отрезок



TIIAME



$$\vec{a}(x_a, y_a)$$

$$\vec{b}(x_b, y_b)$$



- Координаты вектора с концами в точках $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

- Длина вектора $a(x, y)$:

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- Координаты суммы векторов $a(x_A, y_A)$ и $b(x_B, y_B)$:

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (x_B + x_A, y_B + y_A)$$

- Координаты произведения вектора $a(x, y)$ на число λ :

$$\lambda \cdot \overrightarrow{a} = (\lambda \cdot x, \lambda \cdot y)$$



**Даны точки $A(2; -3)$, $B(-1; 2)$,
 $C(0; -4)$**



TIAME

1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} $\overrightarrow{AB} = (-3, 5)$

2. Найдите координаты вектора \overrightarrow{BC} $\overrightarrow{BC} = (1, -6)$

2. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

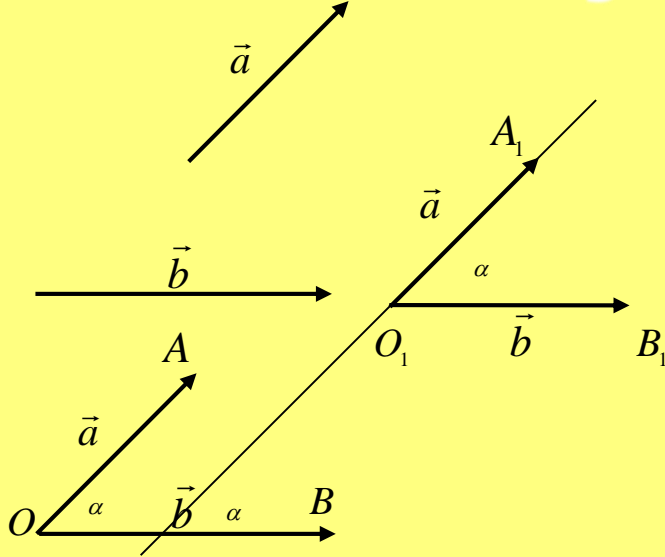
2. Найдите длину вектора \overrightarrow{BC} $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{1^2 + (-6)^2} = \sqrt{37}$

2. Произведение $5 \cdot \overrightarrow{AB}$: $5 \cdot \overrightarrow{AB} = (-15, 25)$



TIAME

Угол между векторами



$$\vec{a} \text{ и } \vec{b}$$

$$\vec{OA} \text{ и } \vec{OB}$$

$$\angle AOB = \alpha$$

Угол между

$$\vec{a} \text{ и } \vec{b}$$

$$\widehat{\vec{a}; \vec{b}} = \alpha$$

$$\vec{a} \text{ и } \vec{b} \text{ образуют угол } \alpha$$

$$\vec{a} \text{ и } \vec{b} \text{ образуют угол } \alpha$$

$$\vec{a} \text{ и } \vec{b} \text{ образуют угол } \alpha$$



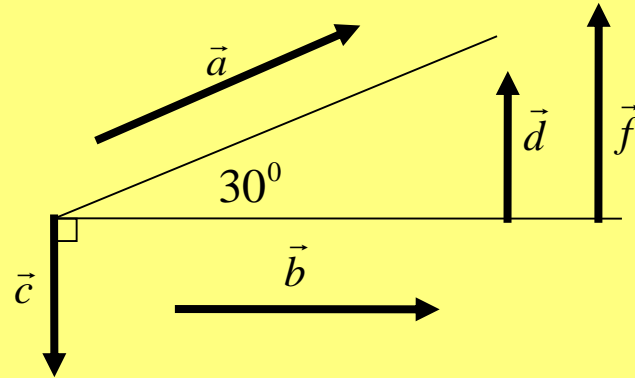
Пример



$$\hat{\vec{a}} = 3, \hat{\vec{a}} = 1$$

$$\vec{a} = 3, \vec{a} = 1$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \text{ если } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$





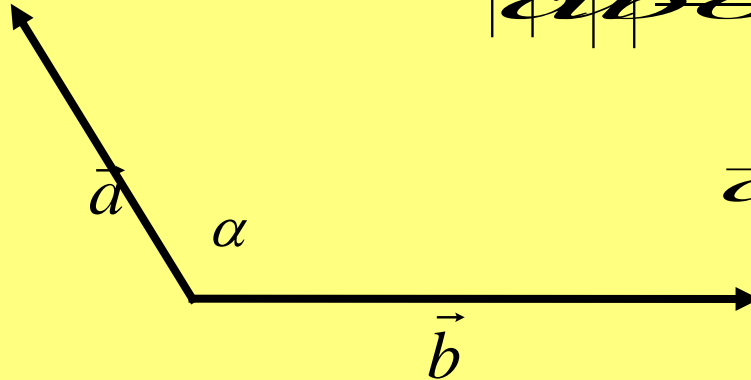
**Скалярным произведением
векторов называется произведение
их длин на косинус угла между
ними**



TIAME

~~$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$~~

~~$|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$~~



~~$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$~~



TIAME

Примеры:

$$1. \quad \left| \vec{a} \right| = 2 \quad \left| \vec{b} \right| = 3 \quad \alpha = 60^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 \cdot \cos(60^0) = 3$$

$$1. \quad \left| \vec{a} \right| = 5 \quad \left| \vec{b} \right| = 1 \quad \alpha = 30^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 1 \cdot \cos(30^0) = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$1. \quad \left| \vec{a} \right| = 7 \quad \left| \vec{b} \right| = 4 \quad \alpha = 45^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 4 \cdot \cos(45^0) = 14 \cdot \sqrt{2}$$

$$1. \quad \left| \vec{a} \right| = 1 \quad \left| \vec{b} \right| = 1 \quad \alpha = 120^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0) = \frac{-1}{2}$$

$$1. \quad \left| \vec{a} \right| = 7 \quad \left| \vec{b} \right| = 5 \quad \alpha = 90^0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 5 \cdot \cos(90^0) = 0$$



Свойства скалярного произведения:

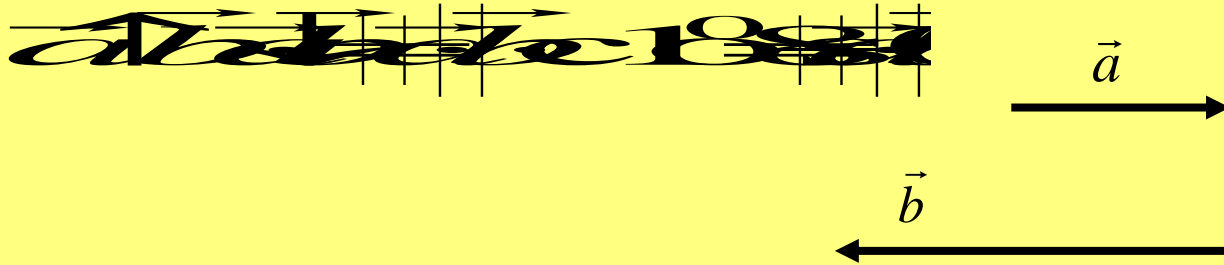


TIAME





Свойства скалярного произведения:



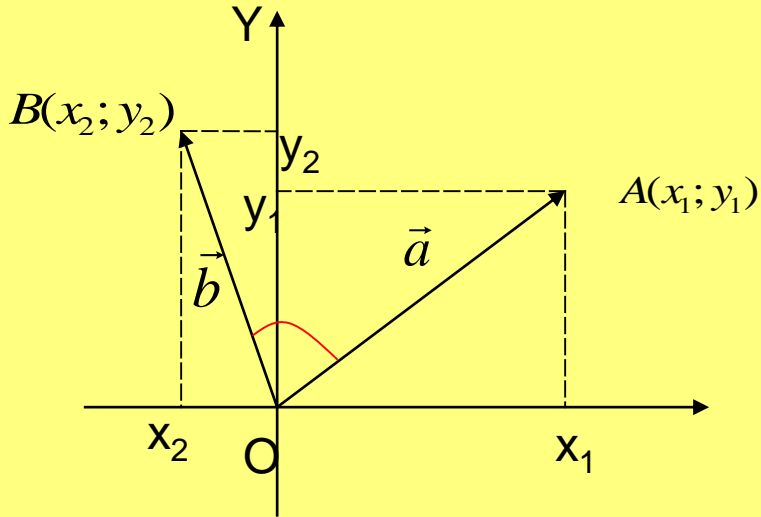


**Скалярным произведением
векторов $\vec{a}(x_1, y_1)$ и $\vec{b}(x_2, y_2)$
называется число**



TIAME

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$





TIAME

Примеры: скалярное произведение векторов

$$1. \overrightarrow{a}(5, -4) \quad \overrightarrow{b}(2, 1) \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 5 \cdot 2 + (-4) \cdot 1 = 6$$

$$1. \overrightarrow{a}(0, 3) \quad \overrightarrow{b}(7, -1) \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0 \cdot 7 + 3 \cdot (-1) = -3$$

$$1. \overrightarrow{a}(5, 2) \quad \overrightarrow{b}(4, -1) \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 5 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) = 18$$



TIAME

Вычислите скалярное произведение векторов:

$$1. \quad a(1,1); b(1,2) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 3$$

$$1. \quad a(-2,5); b(-9,-2) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot (-9) + 5 \cdot (-2) = 8$$

$$1. \quad a(-3,4); b(4,5) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 8$$

$$1. \quad a(5,2); b(-9,4) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot (-9) + 2 \cdot 4 = -37$$

$$1. \quad a(-1,1); b(1,1) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$$



Следствия



$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2}$$



Пример. Даны 2 вектора:

$$\vec{a}(1, 3) \quad \vec{b}(5, 2)$$



TIAME

1. Вычислите скалярное произведение векторов:
2. Вычислите длину вектора a :
3. Вычислите длину вектора b :
4. Вычислите косинус угла между векторами:
5. Сделайте вывод: **тупой**, **прямой** или **острый** угол мы получили

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 11$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{11}{(\sqrt{10} \cdot \sqrt{29})} = \frac{11}{\sqrt{290}}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) > 0 \Rightarrow \text{угол острый}$$



Вычисление угла между векторами с координатами:



TIAME

$a (a_1, a_2), b (b_1, b_2)$

1. Вычислить скалярное произведение векторов:
2. Вычислить длину вектора a :
3. Вычислить длину вектора b :
4. Найти произведение длин векторов:
5. Разделить скалярное произведение векторов на произведение их длин:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(b_1)^2 + (b_2)^2}$$

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{(|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|)}$$