

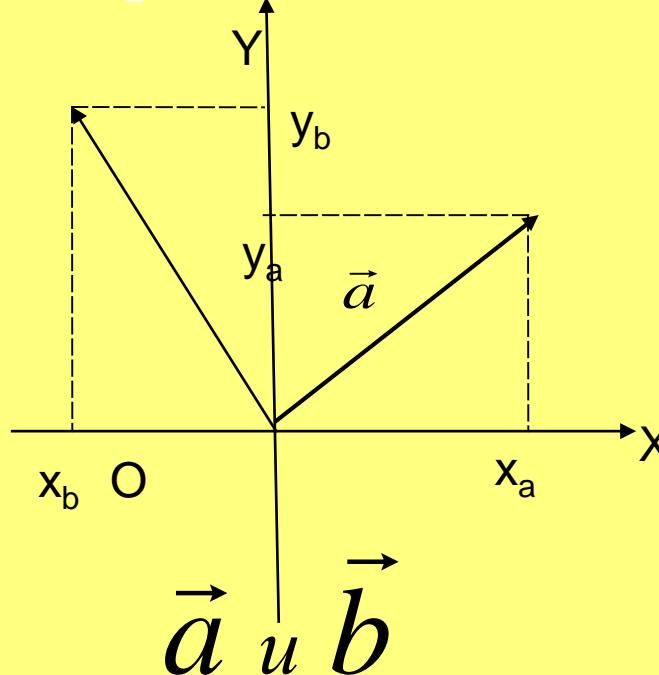


СКАЛЯРНОЕ ПРОЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Вектор – направленный отрезок



TILAME



$$\overrightarrow{a}(x_a, y_a)$$

$$\overrightarrow{b}(x_b, y_b)$$



ТИАМЕ

- Координаты вектора с концами в точках $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

- Длина вектора $a(x, y)$:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- Координаты суммы векторов $a(x_A, y_A)$ и $b(x_B, y_B)$:

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (x_B + x_A, y_B + y_A)$$

- Координаты произведения вектора $a(x, y)$ на число λ :

$$\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda \cdot x, \lambda \cdot y)$$



ТИАМЕ

Даны точки $A(2; -3)$, $B(-1; 2)$, $C(0; -4)$

1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB}

$$\overrightarrow{AB} = (-3, 5)$$

2. Найдите координаты вектора \overrightarrow{BC}

$$\overrightarrow{BC} = (1, -6)$$

2. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB}

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

2. Найдите длину вектора \overrightarrow{BC}

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{1^2 + (-6)^2} = \sqrt{37}$$

2. Произведение $5 \cdot \overrightarrow{AB}$:

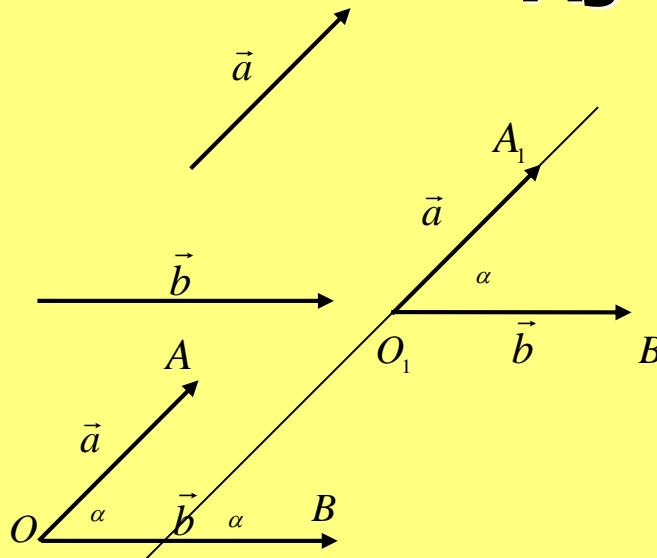
$$5 \cdot \overrightarrow{AB} = (-15, 25)$$



Угол между векторами



TIAAME



\vec{a} и \vec{b}

$\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$

$\angle AOB = \alpha$

Угол между
 \vec{a} и \vec{b}

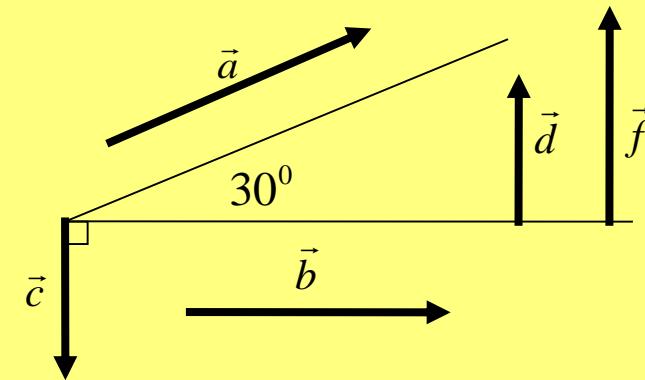
$\hat{\vec{a}; \vec{b}} = \alpha$

Если векторы
нестроимо
одного

Пример

$\hat{\vec{a}} = \vec{b} + \vec{c}$

$\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$
 $\vec{a} \parallel \vec{b}$





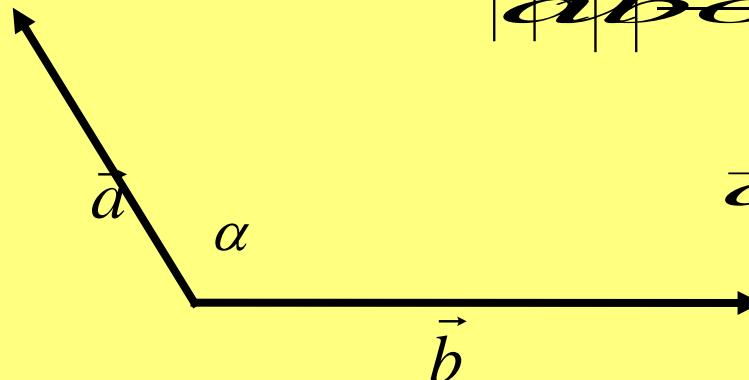
**Скалярным произведением
векторов называется произведение
их длин на косинус угла между
ними**



декартова

абсолютн

абс $\cos \alpha$





Примеры:



TIAAME

$$1. \quad |\vec{a}| = 2 \quad |\vec{b}| = 3 \quad \alpha = 60^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 3 \cdot \cos(60^\circ) = 3$$

$$1. \quad |\vec{a}| = 5 \quad |\vec{b}| = 1 \quad \alpha = 30^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 1 \cdot \cos(30^\circ) = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$1. \quad |\vec{a}| = 7 \quad |\vec{b}| = 4 \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 4 \cdot \cos(45^\circ) = 14 \cdot \sqrt{2}$$

$$1. \quad |\vec{a}| = 1 \quad |\vec{b}| = 1 \quad \alpha = 120^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^\circ) = \frac{-1}{2}$$

$$1. \quad |\vec{a}| = 7 \quad |\vec{b}| = 5 \quad \alpha = 90^\circ$$

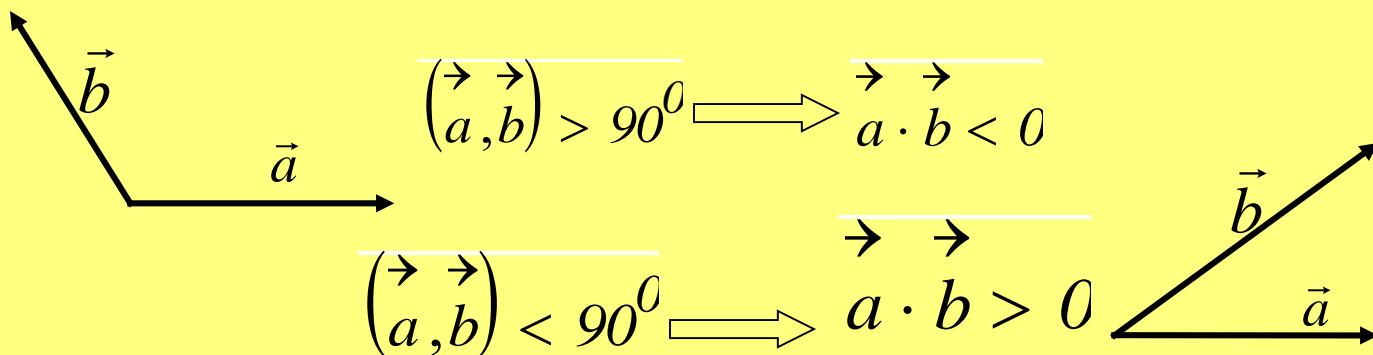
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 5 \cdot \cos(90^\circ) = 0$$



Свойства скалярного произведения:



TIAAME





Свойства скалярного произведения:



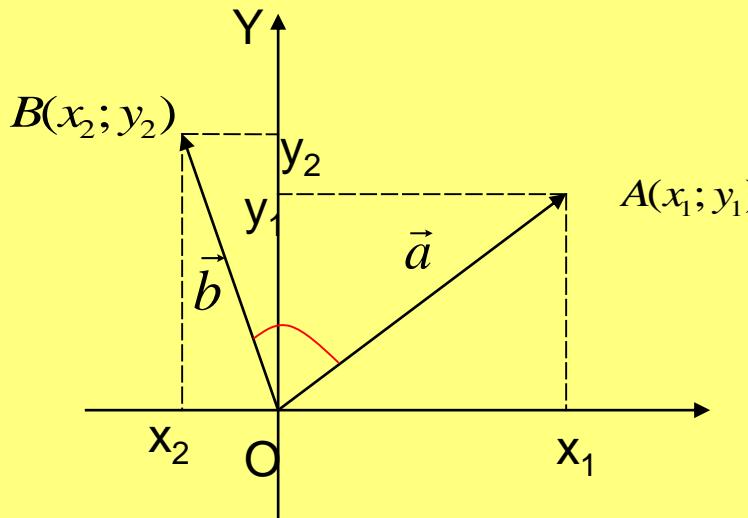
TIAAME



Скалярным произведением векторов $\vec{a}(x_1, y_1)$ и $\vec{b}(x_2, y_2)$ называется число



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$





Примеры: скалярное произведение векторов



TIAAME

$$1. \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \overrightarrow{a}(5, -4) & \overrightarrow{b}(2, 1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \\ a \cdot b = 5 \cdot 2 + (-4) \cdot 1 = 6 \end{array}$$

$$1. \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \overrightarrow{a}(0, 3) & \overrightarrow{b}(7, -1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \\ a \cdot b = 0 \cdot 7 + 3 \cdot (-1) = 4 \end{array}$$

$$1. \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \overrightarrow{a}(5, 2) & \overrightarrow{b}(4, -1) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \cdot \overrightarrow{b} \\ a \cdot b = 5 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) = 18 \end{array}$$



TIAAME

Вычислите скалярное произведение векторов:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$$

1. $a(1,1); b(1,2)$ $a \cdot b = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 3$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$$

1. $a(-2,5); b(-9,-2)$ $a \cdot b = -2 \cdot (-9) + 5 \cdot (-2) = 8$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$$

1. $a(-3,4); b(4,5)$ $a \cdot b = -3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 8$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$$

1. $a(5,2); b(-9,4)$ $a \cdot b = 5 \cdot (-9) + 2 \cdot 4 = -37$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$$

1. $a(-1,1); b(1,1)$ $a \cdot b = -1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$



Следствия



TIAME

Следствия

Следствия

$$\cos \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{z^2+t^2}}$$



Пример. Даны 2 вектора:

1. Вычислите скалярное произведение векторов:
2. Вычислите длину вектора a :
3. Вычислите длину вектора b :
4. Вычислите косинус угла между векторами:
5. Сделайте вывод: **тупой**, **прямой** или **острый** угол мы получили

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \overrightarrow{a}(1,3) & \overrightarrow{b}(5,2) \\ \hline \end{array}$$



ТИАМЕ

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 11$$

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{b}| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$\cos(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{11}{(\sqrt{10} \cdot \sqrt{29})} = \frac{11}{\sqrt{290}}$$

$$\cos(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) > 0 \implies \text{угол острый}$$



Вычисление угла между векторами с координатами:



TIAAME

$$a (a_1, a_2), b (b_1, b_2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

1. Вычислить скалярное произведение векторов:
2. Вычислить длину вектора a :
3. Вычислить длину вектора b :
4. Найти произведение длин векторов:
5. Разделить скалярное произведение векторов на произведение их длин:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(b_1)^2 + (b_2)^2}$$

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{(|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|)}$$